

# 恐龙蛋壳在外力作用下的三维有限元分析及其意义<sup>\*</sup>

李 宁<sup>1,2)</sup> 李 兵<sup>3)</sup> 王 强<sup>1)</sup> 汪筱林<sup>1)</sup> \* \*

1) 中国科学院古脊椎动物与古人类研究所, 中国科学院脊椎动物演化与人类起源重点实验室,  
北京 100044, lovage01@163.com, wangxiaolin@ivpp.ac.cn;

2) 中国科学院大学, 北京 100049;

3) 中国地震局地壳应力研究所, 北京 100085

**提要** 研究恐龙蛋壳在外力作用下的三维应力分布有助于了解恐龙蛋在自然埋藏下的破坏规律及其稳定性, 大型通用有限元软件 ANSYS 为研究恐龙蛋壳的破坏规律提供了一种更为直观的方法。利用 ANSYS 有限元软件对产自山东莱阳的金刚口椭圆形蛋、广东南雄的瑶屯巨形蛋和粗皮巨形蛋, 以及一窝未经描述过的发现于江西赣州的长形蛋科成员分别建立有限元模型, 对其在 50 KPa 均布荷载下的三维应力分布进行模拟计算, 得出在外力作用下三维应力分布的精细化图像。结果表明最容易破坏区域位于蛋壳的钝端直径与尖端直径之间, 且越靠近钝端直径越容易破坏, 这与研究标本所观察到的破坏规律相一致, 也与恐龙孵化出壳位置相吻合。钝端与尖端直径差别越大, 两端的等效应力差别越明显, 随着赤道半径与蛋壳厚度之比( $R/h$ )的增大, 蛋壳抵抗外部荷载的能力下降, 蛋壳越容易破坏。

**关键词** 恐龙蛋 应力分布 三维有限元 等效应力 上白垩统

## 1 引言

恐龙是卵生爬行动物, 蛋的孵化是其繁衍后代、保证物种延续的重要环节(牟耘, 1992)。恐龙蛋以往的研究大多集中在对恐龙蛋的大小、形状、蛋壳厚度、蛋壳微观结构、气孔密度和筑巢等宏观和微观特征的描述上(Erben *et al.*, 1970; 赵资奎, 1979), 对具有保护功能的蛋壳的力学性质方面的研究相对较少, 而从力学的角度分析蛋壳结构的力学性质对研究恐龙蛋的孵化有着重要的意义(赵资奎等, 1994)。由于恐龙等古生物的蛋壳已经石化, 其力学性质无法在实验室内直接进行测定, 只能借助数学方法进行力学性质研究。例如赵资奎等利用薄壳理论重建了恐龙筑巢产卵的行为模式, 尤其是对窃蛋龙和伤齿龙的筑巢行为进行了深入系统的分析(赵资奎等, 1994; 赵资奎、马和中, 1997; 马和中、赵资奎, 1994; 马和中等, 1995; 赵资奎, 2003), 得出了在外力作用下蛋壳的内力和应力在二维方向的变化规律,

以及影响应力大小的因素和蛋壳在外力作用下的破坏规律, 发现不同类型恐龙蛋在蛋窝中的不同排列方式与其蛋壳的抗失稳能力的大小密切相关, 蛋壳的钝端朝上垂直和倾斜时在自然环境下最为稳定, 倾斜角度越大越稳定, 而在水平摆放时最易破裂。因此, 恐龙蛋在蛋窝中的不同排列方式也被认为是某些类群的恐龙在产卵时, 为解决其低强度蛋壳在保护卵不受外力损伤和在卵的孵化后期幼雏能够破壳而出这两方面的矛盾而采取的一种保护性措施(赵资奎, 2003)。Rahul 等(2005)利用有限元方法对来自印度的恐龙蛋壳的微观结构建立了二维有限元模型, 并对微观结构的应力分布进行了分析, 发现增加蛋壳厚度可以防止横向拉应力向蛋壳薄弱区迁移, 而减小蛋壳厚度则容易产生垂直裂缝, 同时减少气孔的数量可以防止蛋壳的破坏。以上的研究工作对蛋壳结构的二维模型进行了较深入的分析, 而对蛋壳的三维应力分布研究几乎没有涉及。虽然二维模型能够较好地解释在外力作用下蛋壳的破坏规律, 但是三维模型能更加直观和更为精确地揭示其规

收稿日期: 2014-12-29

\* 国家自然科学基金项目(41172018)和国家重点基础研究发展计划“973”项目(2012CB821900)资助。

\*\* 通讯作者。

律,而有限元软件为进行三维应力分析提供了可能。

目前,有限元软件得到了进一步发展,为分析较为复杂的问题提供了可能。由于有限元方法不仅可以对古脊椎动物的生物力学假说和理论进行检验,还可以对影响个体发育和进化途径的因素进行分析,因此在生物力学及古生物学中的应用越来越多(Fastnacht *et al.*, 2002; Mow *et al.*, 2009),如Carter等(1998)利用有限元方法制作了人体骨骼模型,来预测组织分化的路径及过程。本文在前人对恐龙蛋壳力学性质研究的基础上,利用ANSYS有限元软件对我国发现的两类共四枚恐龙蛋建立三维模型,在蛋壳上半部施加50 KPa的均布荷载,计算得出精细的三维应力分布图像,为了解恐龙蛋壳的力学性质,讨论恐龙的筑巢行为和孵化出壳等提供了更为直观的参考。

## 2 研究材料和方法

研究的恐龙蛋化石材料包括两大类,分别为椭圆形蛋类和长形蛋类(表I)。其中椭圆形蛋类呈椭圆形,长径78—97 mm,赤道直径58—74 mm,形状指数平均为74。蛋壳外表面光滑,蛋壳厚度2.6 mm,其显微结构中的锥体层很薄,约占蛋壳厚

度的1/20。柱状层很厚,可分为内外两层,内层壳单元呈柱状,排列紧密,但界限清晰,外层壳单元呈伞形交叉排列。蛋在蛋窝中的排列方式无规律,尚不明确属于哪类恐龙所产。椭圆形蛋类材料选自山东莱阳上白垩统金刚口组的金刚口椭圆形蛋 *Ovaloolithus chinkangkouensis* (V732)(插图1)。长形蛋类呈长形,长径100—210 mm,赤道直径50—90 mm,形状指数约为50,蛋壳外表面具小瘤状或脊状纹饰,蛋壳厚度0.5—1.85 mm。蛋壳显微结构显示由壳单元紧密排列而成的锥体层和柱状层组成。蛋在蛋窝中两枚一对很有规律的呈放射状排列为一圆圈,蛋窝直径40—50 cm,每窝蛋一般可有2—4层相互重叠的蛋化石,每枚蛋在蛋窝中都是向外倾斜埋藏于沙土中,钝端向内,尖端向外(赵资奎等,2015)。这类蛋化石已被证实是由窃蛋龙以及与窃蛋龙关系较近的兽脚类恐龙所产。所研究的三枚长形蛋蛋化石材料分别选自广东南雄上白垩统坪岭组的瑶屯巨形蛋 *Macroolithus yaotunensis* (V2784)蛋窝中较为完整的一枚(插图2),广东南雄上白垩统园圃组的粗皮巨形蛋 *Macroolithus rugustus* (V2788)中较为完整的一枚(插图3),以及江西赣州尚未描述的长形蛋类V16705蛋窝中最为完整的蛋化石一枚(插图4)。

表I 研究的蛋化石材料

Fossil eggs material

蛋化石类型 参数	金刚口椭圆形蛋 (V732)	瑶屯巨形蛋 (V2784)	粗皮巨形蛋 (V2788)	未描述 (V16705)
长轴(mm)	94.00	201.00	177.00	167.00
尖端直径(mm)	/	76.00	70.00	63.00
钝端直径(mm)	64.00	90.00	76.00	71.00
蛋壳平均厚(mm)	2.40	1.60	1.60	1.60
杨氏模量(GPa)	5.00	5.00	5.00	5.00
泊松比	0.25	0.25	0.25	0.25

本文采用有限元法计算蛋壳的三维应力分布。有限元法是把弹性体看作由无数个质点组成的连续体,弹性体有无限个自由度,计算时把弹性体离散化,即把无限个自由度的连续体离散化为有限个单元,这些单元在结点上互相较接,这样组成的集合体具有有限个自由度,这就为计算提供了可能,计算时以位移为基本变量,由最小势能原理推得弹性力学问题有限元行列式的方法(宋慧芝等,2006)。

ANSYS有限元软件为求解有限元行列式提供了便捷的解决方案,可以用来求解结构、流体、电力、

电磁场及碰撞等问题。软件主要包括三个部分:前处理模块,分析计算模块和后处理模块。前处理模块提供了一个强大的实体建模及网格划分工具,用户可以方便地构造有限元模型;分析计算模块包括结构分析、流体动力学分析、电磁场分析、声场分析、压电分析以及多物理场的耦合分析,可模拟多种物理介质的相互作用,具有灵敏度分析及优化分析能力;后处理模块可将计算结果以彩色等值线显示、梯度显示、矢量显示、粒子流迹显示等图形方式显示出来,也可将计算结果以图表、曲线形式显示或输出。

该软件提供了多种单元类型,用来模拟工程中的各种结构和材料(蒋春松等,2012)。

利用 ANSYS 进行有限元分析时,假设材质是线弹性且各向同性的,并且忽略内容物的影响(姜松等,2009)。由于恐龙蛋在孵化过程中一般是被埋于沙土中,沙土对蛋壳的作用可以近似为均布荷载,取均布荷载  $P=50.0 \text{ KPa}$ 。由于恐龙蛋与鸟类的蛋在组成和结构上具有相似性,因此可以采用鸟类蛋壳的力学参数弹性模量  $E$  和泊松比,取  $E=5.0 \text{ GPa}$ ,泊松比  $0.25$ (赵资奎、马和中,1997)。

根据表 I 中几种恐龙蛋的几何特征,蛋壳均可看成是某一曲线绕恐龙蛋长轴旋转而形成,此曲线称为母线,蛋壳可以近似为旋转薄壳结构进行分析(赵资奎等,1994)。利用 ANSYS 软件选取具有 8 节点的壳单元 SHELL93 对蛋壳进行单元的划分。SHELL93 单元的每个节点有 6 个自由度,具有沿节点坐标系 X、Y、Z 轴的移动和绕节点坐标系 X、Y、Z 轴的转动,也可以退化成三角形单元,以保证不同单元之间的过渡联接,非常适合分析曲面壳体结构(崔志平,2009)。有限元网格的划分是建立有限元模型最为关键的环节之一,只有将单元离散化以后才能对单元进行加载并求解,采用自由网格划分的方法生成有限元网格(四边形网格)。由于研究

的蛋体结构均为轴对称结构,计算分析时在上半部分施加均布荷载,而下半部分进行固定位移约束。

### 3 蛋壳中的应力分布

在常温、静载情况下,材料的强度失效主要是塑性屈服和脆性断裂。一般情况下,最大切应力理论和形状改变比能理论适用于塑性屈服,最大拉应力理论和最大拉应变理论适用于脆性材料(邹建奇等,2007)。由于恐龙蛋壳和现生鸟蛋壳类似,主要是由方解石微晶和少量有机基质组成,当蛋壳受到三向压应力作用时,一般会发生屈服破坏,蛋壳会出现细微裂纹,在这种情况下,可以采用 Von mise 等效应力来讨论蛋壳的破坏。Von mise 等效应力定义为:

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]}$$

式中  $\sigma_1$  为最大主应力,  $\sigma_2$  为中间主应力,  $\sigma_3$  为最小主应力,  $\sigma_s$  为 Von mise 等效应力(简称等效应力)。等效应力越大,则说明蛋壳越容易破坏。

表 II 列出了在均布荷载  $P=50.0 \text{ KPa}$  的作用下四种恐龙蛋的最大等效应力和 X、Y 和 Z 三个方向的应力大小,等效应力的分布见插图 1—4。

表 II 四种恐龙蛋化石的应力分布  
Stress distribution in four dinosaur eggs

计算结果 蛋化石类型	最大等效应力 (MPa)	A 区等效应力 (MPa)	B 区等效应力 (MPa)	X 方向应力 (KPa)	Y 方向应力 (KPa)	Z 方向应力 (KPa)	R/h
金刚口椭圆形蛋 (V732)	0.499 534	0.444 03— 0.499 534	0.388 526— 0.444 03	—380.641	—482.453	—503.12	13.3
瑶屯巨形蛋 (V2784)	1.26	1.12—1.26	0.979 828— 1.12	—899.253	—1 489.764	—1 677.777	25.9
粗皮巨形蛋 (V2788)	1.053	0.936 072— 1.053	0.819 06— 0.936 072	—745.854	—1 165.420 6	—1 372.338	22.8
未描述 (V16705)	0.976 064	0.867 61— 0.976 064	0.759 16— 0.867 612	—688.916	—1 143.008	—1 263.719	20.9

注:正为拉应力,负为压应力;R/h:赤道半径与蛋壳厚度之比。

#### 3.1 椭圆形蛋类蛋壳中的应力分布

由表 II 可看出在  $50 \text{ KPa}$  均布荷载的作用下,金刚口椭圆形蛋最大等效应力为  $0.499534 \text{ MPa}$ ,最大应力区位于蛋体中部两侧的红色区域(A 区);B 区的等效应力为仅次于最大应力的区域(插图 1)。该型蛋在 A 和 B 区应力最大,为最易破坏区。

上述的等效应力可以看作 X、Y 和 Z 三个方向施加的合力,可以在 X、Y 和 Z 三个方向上进行分解,由表 II 可以看出压应力在 X 方向上最小,拉应力最小值出现在 Z 方向,即在 X 和 Z 方向较为稳定。

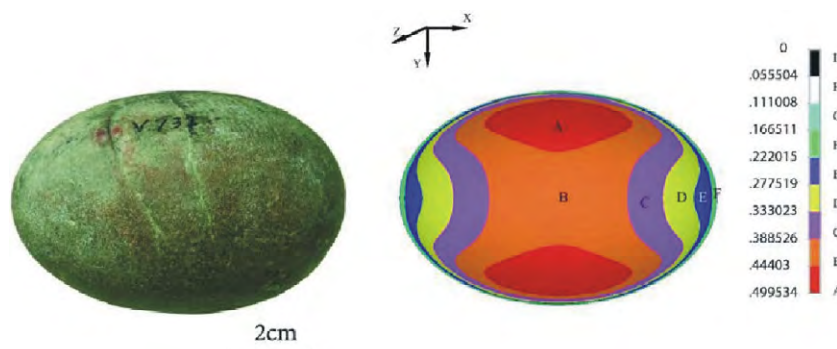


插图1 金剛口椭圆形蛋(V732)及等效应力分布云图(单位:MPa)

Fossil egg (V732) and equivalent stress contours of *Ovaloolithus chinkangkouensis* (unit: MPa)

### 3.2 长形蛋类蛋壳中的应力分布

由表Ⅱ可看出在 50 KPa 均布荷载的作用下, 瑶屯巨形蛋(插图 2)最大等效应力为 1.26 MPa, 最大应力区位于钝端直径处的右侧红色区域(A 区); 在 A 区右侧和尖端直径左侧为 B 区, 等效应力为仅次于最大应力的区域; 钝端与尖端相比较而言, 钝端更易于破坏。综上所述, 该型蛋在 A 和 B 区所受应力最大, 为最易破坏区, 而钝端和尖端相较而言, 钝端更容易破坏, 分析结果与研究标本中多数蛋壳的破裂位置相吻合。由表Ⅱ可以看出拉应力和压应力

的值在 X 方向最小, 即在长轴方向较为稳定。

由表Ⅱ可知, 粗皮巨形蛋(插图 3)在 50 KPa 均布荷载的作用下, 最大等效应力为 1.053 MPa, 最大应力位于蛋体的中部红色区域(A 区); 在钝端和尖端直径处(B 区)为仅次于最大应力区域。由于钝端与尖端差别不明显, 因此等效应力分布差别不大。综上所述, 该型蛋在 A 和 B 区所受应力最大, 为最易破坏区, 这一分析结果也基本与标本的破裂保存状态相吻合。由表Ⅱ可以看出拉应力和压应力在 X 方向上最小, 即在长轴方向较为稳定。

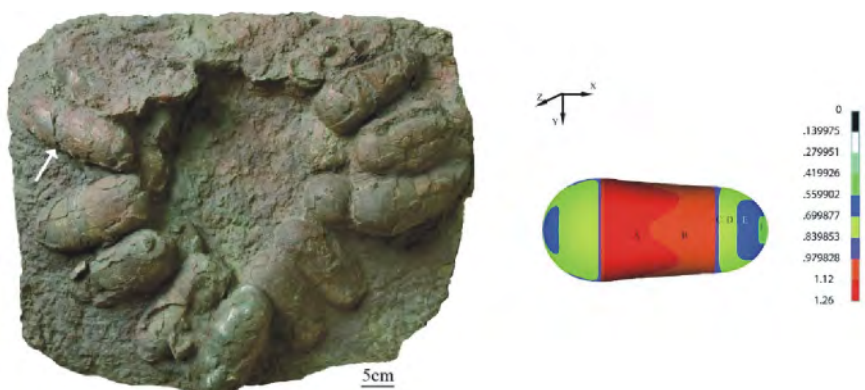


插图2 瑶屯巨形蛋(V2784)及等效应力分布云图(单位:MPa, 箭头所示为测量样品)

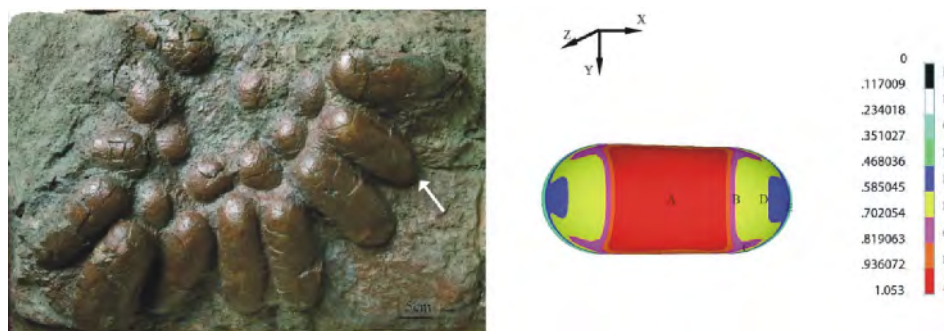
Nest (V2784) and equivalent stress contours of *Macroolithus yaotunensis* egg (unit: MPa, White arrow indicates the measuring sample)

插图3 粗皮巨形蛋(V2788)及等效应力分布云图(单位:MPa; 箭头所示为测量样品)

Nest (V2788) and equivalent stress contours of *Macroolithus rugustus* egg (unit: MPa; White arrow indicates the measuring sample)

对于标本 V16705(插图 4),在 50 KPa 均布荷载的作用下,最大等效应力为 0.976064 MPa(表 II),最大应力位于蛋体的中部红色区域(A 区);B 区等效应力为仅次于最大应力的区域;由于钝端与尖端直径差别不明显,因此两端等效应力分布相似。

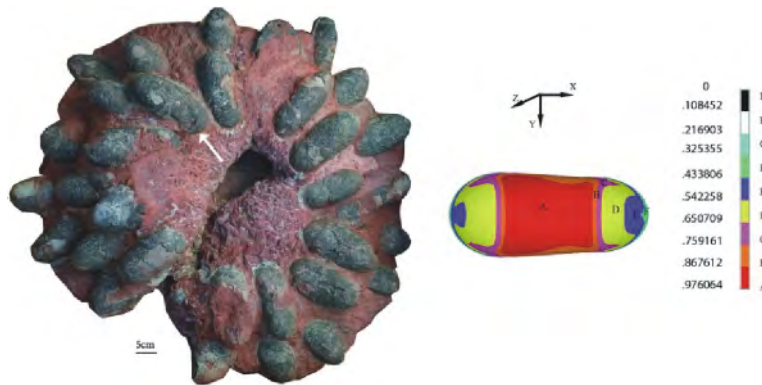


插图 4 V16705 及等效应力分布云图(单位:MPa;箭头所示为测量样品)

Nest and equivalent stress contours of V16705 (unit: MPa; White arrow indicates the measuring sample)

#### 4 讨论与对比

由于有限元方法是根据宏观结构参数建立的模型来进行的计算,因此微观结构对应力分布的影响是可以忽略的,分析结果主要与蛋体尺寸的大小、形状、蛋壳的厚度相关。

在 50 KPa 均布荷载的作用下,四种蛋的最大等效应力分别为施加荷载的 10 倍、25 倍、21 倍和 20 倍,金刚口椭圆形蛋产生的最大等效应力最小,仅为 0.499 534 MPa,而瑶屯巨形蛋的最大,达 1.26 MPa。依据等效应力的大小,这四种恐龙蛋抵抗外部荷载的能力由大到小依次为金刚口椭圆形蛋, V16705, 粗皮巨形蛋和瑶屯巨形蛋。

蛋壳的稳定性可以通过在蛋窝中的摆放方式来提高,例如,金刚口椭圆形蛋最大等效应力是其施加均布荷载的 10 倍左右,其具有较强的抗失稳能力,可以以任意方式在蛋窝中摆放;而由插图 2—4 的标本可以看出,三种长形蛋化石都与地面成一定角度摆放,这主要是由于这三种恐龙蛋水平放置时最大等效应力是其施加荷载的 20 倍以上,其自身抗失稳能力较弱,所以采用倾斜摆放的方式来增加其稳定性,这与赵资奎等(1994)和赵资奎(2003)根据生物力学分析得出的结果相一致。从力学角度来看,随着恐龙蛋大小和重量的增加,为提高自身稳定性,蛋壳的厚度也应当随之增加,但是四种蛋中除金刚口椭圆形蛋外,其它三种蛋都更大,抵御外力的能力更

综上所述,该型蛋在 A 和 B 区所受应力最大,为最易破坏区。从插图 4 的标本可知,该标本的蛋保存较为完整,几个遭受破坏的蛋其破坏区域与以上分析结论相符合。由表 II 可以看出拉应力和压应力在 X 方向上最小,即在长轴方向较为稳定。

弱,而蛋壳却相对较薄,推测这主要是为减小幼体孵化时的破壳难度,而其稳定性则是通过蛋在巢中的摆放方式来提高。

在插图 5 中,可以看出在相同条件下,蛋壳内的最大等效应力与  $R/h$  有一定的相关性。随着  $R/h$  的增大,最大等效应力也相应增加,蛋壳抵抗外部荷

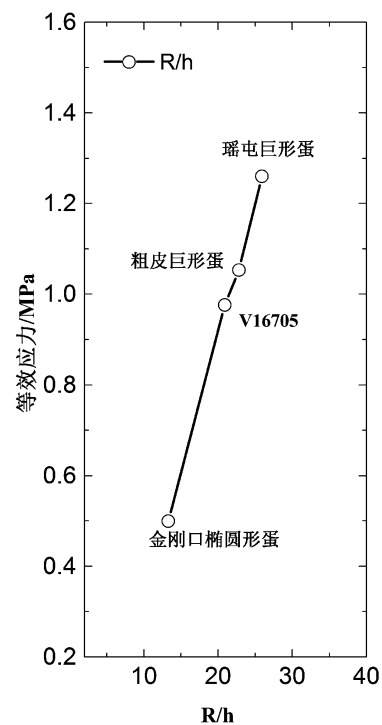


插图 5 最大等效应力与  $R/h$  之间的关系

The relationship between the maximum equivalent stress and the  $R/h$

载的能力下降,这与赵资奎等根据生物力学方法得到的恐龙蛋壳应力分析结果相吻合。

虽然最大等效应力的大小和分布区域在三种长形蛋中各有不同,但也存在相似之处。首先最大等效应力位于蛋壳的钝端直径与尖端直径之间,钝端直径与尖端直径差别越大,两端的等效应力差别越明显,钝端直径右侧区域的最大等效应力越高,其越容易破坏。另外,现生爬行动物和鸟类中,胚胎头部多位于蛋的钝端位置,如鸡的幼雏头部即位于气室所在的蛋壳钝端位置(张浩,2005),据此推测,恐龙幼体的头部应该位于蛋体的钝端或靠近钝端的位置,这种钝端破裂更利于幼体破壳而出;其次,长形蛋的最大等效应力分布在钝端和尖端之间,且与母线相平行;第三,除金刚口椭圆形蛋外,其它三种长形蛋在X、Y和Z三个方向的最小拉、压应力均出现在X方向上,蛋壳在X方向上(长轴)抵抗外部荷载的能力最大。

## 5 总 结

1) 利用 ANSYS 软件可以更为简便快捷地得到在外力作用下恐龙蛋壳三维应力分布的精细图像,可以直观地了解恐龙蛋最易破裂的位置,从而进一步分析蛋的破裂位置和在蛋窝中不同排列方式的生物学意义,蛋壳的最易破裂位置与恐龙孵化出壳位置相吻合。采用有限元方法对生物力学研究结果进行了验证,得到的结果相一致。

2) 椭圆形蛋的最易破坏位置位于蛋体中部区域。长形蛋最容易破坏位置位于蛋壳的钝端直径与尖端直径之间,且越靠近钝端直径处越容易破坏,这与保存标本的破坏特征相一致。钝端与尖端直径差别越大,两端的等效应力差别越明显,钝端的最大等效应力越高,其越容易破坏。

3) 恐龙蛋壳抵抗外部荷载的能力主要与蛋壳的  $R/h$  相关,随着  $R/h$  的增大,最大等效应力增加,蛋壳抵抗外部荷载的能力下降,蛋壳越容易破坏。

4) 在蛋壳的三个方向上,长轴方向(X轴)在相同荷载下拉、压应力均较小,其稳定性较强。

致谢 感谢汪瑞杰修理标本,耿丙河在测量和观察标本时提供帮助,蒋顺兴在文章修改过程中所提出的宝贵意见。感谢中国地震局地壳应力研究所在数值模拟计算方面给予的帮助。

## 参 考 文 献 (References)

- Carter D R, Mikic B, Padian K, 1998. Epigenetic mechanical factors in the evolution of long bone epiphyses. *Zoological Journal of the Linnean Society*, **123**(2): 163—178.
- Cui Zhi-ping(崔志平), 2009. Studies Static Load Characteristics and Finite Element Analysis on Eggs, Zhenjiang, China. Master Dissertation of Jiangsu University. 1—76(in Chinese).
- Erben H K, Hoefs J, Wedepohl K H, 1970. Paleobiological and isotopic studies of eggshells from a declining dinosaur species. *Paleobiology*, **5**(4): 380—414.
- Fastnacht M, Hess N, Frey E *et al.*, 2002. Finite element analysis in vertebrate palaeontology. *Senckenbergiana Lethaea*, **82** (1): 194—206.
- Jiang Chun-song(蒋春松), Sun Hao(孙 浩), Zhu Yi-lin(朱一林), 2012. Ansys Finite Element Analysis and Engineering Application. Beijing: Publishing House of Electronics Industry Press. 1—470(in Chinese).
- Jiang Song(姜 松), Cui Zhi-ping(崔志平), Li Jian-kang(李建康), 2009. Static properties and finite element analysis of chicken eggs under different loading modes. *Food Science(食品科学)*, **30**(21): 90—93(in Chinese).
- Ma He-zhong(马和中), She De-wei(余德伟), Zhao Zi-kui(赵资奎), 1995. Biomechanical properties of dinosaur eggshell (III): Mechanical analysis chicks hatched dinosaur eggshell rupture. *Vertebrata Palasiatica(古脊椎动物学报)*, **33**(2): 160—167(in Chinese).
- Ma He-zhong(马和中), Zhao Zi-kui(赵资奎), 1994. Biomechanical properties of dinosaur eggshells(II): Two breaking types of the dinosaur eggshells under external pressure. *Vertebrata Palasiatica(古脊椎动物学报)*, **32**(4): 249—257(in Chinese).
- Mow V C, Tang Ting-ting(汤亭亭), Pei Guo-xian(裴国献), 2009. Orthopedic Biomechanics Cum Mechanics Biology. Jinan: Shandong Science and Technology Press. 1—667(in Chinese).
- Mu Yun(牟 耘), 1992. Nest environments of the Late Cretaceous dinosaur eggs from Nanxiong Basin, Guangdong Province. *Vertebrata Palasiatica(古脊椎动物学报)*, **30**(2): 120—134(in Chinese).
- Rahul S, Ashok S, Syed A J, Sanjay M, 2005. Microstructure-dictated resistance properties of some Indian dinosaur eggshells: finite element modeling. *Paleobiology*, **31**(2): 315—323.
- Song Hui-zhi(宋慧芝), Wang Jun(王 俊), Ye Jun-an(叶均安), 2006. Analysis of the loading properties of fowl eggshell with finite element method. *Journal of Zhejiang University(Agriculture & Life Sciences)(浙江大学学报, 农业和生命科学版)*, **32** (3): 350—354(in Chinese).
- Zhang Hao(张 浩), 2005. Physiological Mechanism Aadaptability to High Land Hypoxia and Utilizing by Crossing in Tibetan Chicken. PhD Dissertation of China Agricultural University. 1—128(in Chinese).
- Zhao Zi-kui(赵资奎), 1979. Discovery of the dinosaurian eggs and



- foot print from Neixiang County, Henan Province. *Vertebrata Palasiatica*(古脊椎动物学报), **17**(4):304—309(in Chinese) .
- Zhao Zi-kui(赵资奎), 2003. The nesting behavior of troodontid dinosaurs. *Vertebrata Palasiatica*(古脊椎动物学报), **41**(2): 157—168(in Chinese).
- Zhao Zi-kui(赵资奎), Ma He-zhong(马和中), 1997. Biomechanical properties of dinosaur eggshells(VI): The stability of dinosaur eggshell under external pressure. *Vertebrata Palasiatica*(古脊椎动物学报), **35**(2):88—101(in Chinese).
- Zhao Zi-kui(赵资奎), Ma He-zhong(马和中), Yang Yong-qi(杨勇琪), 1994. Biomechanical properties of dinosaur eggshells(I): The stress analysis of the dinosaur eggshells under external pressure. *Vertebrata Palasiatica*(古脊椎动物学报), **32**(2): 98—106(in Chinese).
- Zhao Zi-kui(赵资奎), Wang Qiang(王 强), Zhang Shu-kang(张蜀康), 2015. Dinosaur Eggs (Serial No. 11). *Palaeovertebrata Sinica*(中国古脊椎动物志), **2**(7): 1—167. (in Chinese) (in press).
- Zou Jian-qi(邹建奇), Cui Ya-ping(崔亚平), Cai Tie-jian(蔡铁坚), Li Yan(李 妍), 2007. *Mechanics of Materials*. Beijing: Tsinghua University Press. 1—316(in Chinese).

## ANALYSIS OF THREE-DIMENSIONAL FINITE ELEMENT OF DINOSAUR EGGS IN EXTERNAL FORCE AND ITS SIGNIFICANCE

LI Ning<sup>1,2)</sup>, LI Bing<sup>3)</sup>, WANG Qiang<sup>1)</sup> and WANG Xiao-lin<sup>1)</sup>

1) *Institute of Vertebrate Paleontology and Paleoanthropology, Chinese Academy of Sciences, Key Laboratory of Vertebrate Evolution and Human Origins of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100044, China;*

2) *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;*

3) *The Institute of Crustal Dynamics, China Earthquake Administration, Beijing 100085, China*

**Key words** Dinosaur eggs, stress distribution, three-dimensional finite element, equivalent stress, Upper Cretaceous

### Abstract

To find out the failure law of dinosaur eggs and its stability in natural burial, the investigation into the three-dimensional stress distribution of eggshells in the external force is a beneficial method. ANSYS, large general-purpose finite element software, makes the investigation intuitive. The finite element models have been set up separately for *Ovaloolithus chinkangkouensis* discovered in Laiyang, Shandong Province, *Macroolithus yaotunensis* and *Macroolithus rugustus* discovered in Nanhsiung, Guangdong Province, and a clutch of undescribed elongatoolithids discovered in Ganzhou, Jiangxi Province. The models were analogously computed for its three-

dimensional stress distribution under 50 KPa evenly distributed load. In consequence, the fine images of three-dimensional stress distribution in the external force have been drawn. The results show the most vulnerable area is between the diameters of blunt and sharp ends, and closer to the blunt one. This conclusion is consistent with the failure law presented in the referred specimens and the outlet position of dinosaur hatching from the egg. The equivalent-stress difference between the diameters of blunt and sharp ends is relative to the difference of the both diameters. With the increment of the ratio of the equatorial radius to shell thickness ( $R/h$ ), the ability of the eggshells to fight the external load decreases, resulting in vulnerable eggs.